

## 5.6 Matematiikka

### Perusopetus

#### Opetuksen tavoitteet

Matematiikan opetuksen tavoitteena on, että aikuisopiskelija oppii

- ymmärtämään matemaattisten käsitteiden ja sääntöjen merkityksen sekä oppii näkemään matematiikan ja reaali maailman välisiä yhteyksiä
- laskutaitoja ja ratkaisemaan matemaattisia ongelmia
- loogista ja luovaa ajattelua
- soveltamaan erilaisia ajatteluprosesseja ja menetelmiä tiedon hankintaan
- ilmaisemaan ajatuksensa yksiselitteisesti ja perustelemaan toimintaansa ja päätelmiään
- esittämään kysymyksiä ja päätelmiä havaintojen perusteella
- näkemään säännön mukaisuuksia
- loogista ajattelua vaativia toimintoja, kuten vertailua, järjestämistä, mittaamista, rakentamista, mallintamista, sääntöjen ja riippuvuuksien etsimistä sekä niiden esittämistä
- käyttämään luokittelua ja järjestämistä työkaluna sekä ajattelua tukevia piirroksia ja välineitä
- kombinatoristen ongelmien ratkaisemista eri menetelmillä
- tuntemaan matematiikan historiaa
- keskittyneeseen ja pitkäjänteiseen työskentelyyn sekä toimimaan ryhmässä.

#### Kurssit

Kaikilla kursseilla harjoitellaan seuraavia ajattelun taitoja ja menetelmiä:

- loogista ajattelua vaativia toimintoja, kuten vertailua, järjestämistä, mittaamista, rakentamista, mallintamista, sääntöjen ja riippuvuuksien etsimistä sekä niiden esittämistä
- vertailussa ja riippuvuuksissa tarvittavien käsitteiden tulkintaa ja käyttöä
- matemaattisten tekstien tulkintaa ja tuottamista
- todistamisen pohjustamista: perusteltuja arvauksia ja kokeiluja, systemaattisia yrityksiä ja erehdyksiä, vääräksi osoittamista, suoraa todistusta
- luokittelun ja järjestämisen käyttöä työkaluna
- kombinatoristen ongelmien ratkaisemista eri menetelmillä
- ajattelua tukevien piirrosten ja välineiden käyttöä
- matematiikan historiaa.

#### Pakolliset kurssit

Kurssit ma1–ma8 arvioidaan numeroasteikolla 4–10.

### 1. Luvut ja laskutoimitukset 1 (ma1)

#### *Keskeiset sisällöt*

- luonnolliset luvut, kokonaisluvut, rationaaliluvut, reaaliluvut
- peruslaskutoimitusten varmentaminen
- vastaluku, itseisarvo, käänteisluku
- aikalaskut, aikaväli
- alkuluku, luvun jakaminen alkutekijöihin, lukujen jaollisuussääntöjä
- murtolukujen supistaminen ja laventaminen ja desimaaliluvun esittäminen murtolukuna
- kertominen ja jakaminen desimaaliluvuilla ja murtoluvuilla

### 2. Luvut ja laskutoimitukset 2 (ma2)

#### *Keskeiset sisällöt*

- lausekkeiden sieventäminen
- prosenttilasku
- pyöristäminen ja arviointi sekä laskimen käyttö
- potenssi, eksponenttina kokonaisluku
- juuren käsite ja laskutoimituksia neliöjuurella

### 3. Lausekkeet ja yhtälöt (ma3)

#### *Keskeiset sisällöt*

- polynomien käsite, polynomien yhteen-, vähennys- ja kertolasku

- potenssilauseke ja sen sieventäminen
- muuttujan käsite, lausekkeen arvon laskeminen
- yhtälö, epäyhtälö, määrittelyjoukko, ratkaisujoukko
- ensimmäisen asteen yhtälön ratkaiseminen

#### 4. Yhtälöt ja lukujonot ( ma4)

##### *Keskeiset sisällöt*

- suhde ja verrannollisuus
- verranto
- yhtälöpari ja sen ratkaiseminen algebrallisesti
- vaillinaisen toisen asteen yhtälön ratkaiseminen
- lukujonojen tutkimista ja muodostamista

#### 5. Funktiot (ma5)

##### *Keskeiset sisällöt*

- riippuvuuden havaitseminen ja sen esittäminen muuttujien avulla
- funktion käsite
- lukuparin esittäminen koordinaatistossa
- yksinkertaisten funktioiden tulkitseminen ja niiden kuvaajien piirtäminen koordinaatistoon
- funktion kuvaajan tutkimista: funktion nollakohta, suurin ja pienin arvo, kasvaminen ja väheneminen
- lineaarinen funktio
- suoraan ja kääntäen verrannollisuus
- yhtälöparin ratkaiseminen graafisesti

#### 6. Geometria (ma6)

##### *Keskeiset sisällöt*

- tasokuvioiden nimeäminen ja luokittelu
- kolmioihin ja nelikulmioihin liittyviä käsitteitä
- säännölliset monikulmiot
- ympyrä ja siihen liittyvät käsitteet
- tasokuvioiden piirin ja pinta-alan laskeminen
- mittayksiköt ja muuntaminen
- symmetria suoran ja pisteen suhteen
- yhtenevyysskuvauksia: peilaukset, kierto ja siirto tasossa
- kolmion ja ympyrän välisiä yhteyksiä

#### 7. Geometria ja trigonometria (ma7)

##### *Keskeiset sisällöt*

- geometrista konstruointia
- kulmien välisiä yhteyksiä
- yhdenmuotoisuus ja yhtenevyys
- Pythagoraan lause
- trigonometriaa ja suorakulmaisen kolmion ratkaiseminen
- kappaleiden nimeäminen ja luokittelu
- kappaleen tilavuuden ja pinta-alan laskeminen

#### 8. Todennäköisyys ja tilastot (ma8)

##### *Keskeiset sisällöt*

- todennäköisyyden käsite
- frekvenssi ja suhteellinen frekvenssi
- keskiarvon, tyyppiä ja mediaanin määrittäminen
- hajonnan käsite
- diagrammien tulkinta
- tietojen kerääminen, muuntaminen ja esittäminen käyttökelpoisessa muodossa

## Valinnainen kurssi

Kurssi ma9 arvioidaan suoritusmerkinnällä S.

### 9. Lausekkeet ja yhtälöt (ma9)

*Keskeiset sisällöt*

- polynomien yhteen- ja vähennyslaskun kertaus
- polynomien kertolaskun kertaus
- binomikaavat
- polynomien jakolasku
- polynomin jakaminen tekijöihin
- rationaalilausekkeen sieventäminen
- yhtälöitä

## Koulukohtainen kurssi

### 10. Matematiikan perusteita (mab0)

*Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija saa edellytykset perusasteen luokkien 7-9 matematiikan kurssien opiskeluun.

*Keskeiset sisällöt:*

- kokonaisluvut; ykköset, kymmenet, sadat, tuhannet
- desimaaliluvut; kymmenesosat, sadasosat, tuhennesosat
- peruslaskutoimitukset; yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskut.

*Arviointi:*

Kurssi arvioidaan S-merkinnällä, jonka edellytyksenä on tunneille osallistuminen ja loppukokeessa riittävä osaaminen.

## Päättöarvioinnin kriteerit arvosanalle 8

### Ajattelun ja työskentelyn taidot

Opiskelija

- huomaa eri tapauksien yhtäläisyydet ja säännönmukaisuudet
- osaa käyttää puheessaan loogisia elementtejä, kuten ja, tai, jos niin, ei, on olemassa, ei ole olemassa
- osaa päätellä yksinkertaisten väitelauseiden totuusarvon
- osaa muuntaa yksinkertaisen tekstimuodossa olevan ongelman matemaattiseen esitysmuotoon ja tehdä suunnitelman ongelman ratkaisemiseksi, ratkaista sen ja tarkistaa tuloksen oikeellisuuden
- osaa myös käyttää luokittelua matemaattisten ongelmien ratkaisuisissa
- osaa esittää järjestelmällisesti mahdolliset ratkaisuvaihtoehdot taulukkoa tai puu-, polku- tai muuta diagrammia käyttäen.

### Luvut ja laskutoimitukset

Opiskelija osaa

- arvioida mahdollista tulosta sekä laatia suunnitelman laskun ratkaisemisesta, ja hänellä on luotettava peruslaskutaito
- korottaa luvun potenssiin, jonka eksponenttina on luonnollinen luku, ja pystyy jakamaan luvun alkutekijöihinsä
- ratkaista tehtäviä, joissa tarvitaan neliöjuurta
- käyttää prosenttilaskua ja muita laskutoimituksia arkielämässä eteen tulevien ongelmien ratkaisussa.

### Algebra

Opiskelija osaa

- ratkaista ensimmäisen asteen yhtälön
- sieventää algebrallisia lausekkeita ja kertoo polynomin vakiolla
- potenssien laskutoimitukset
- muodostaa yksinkertaisesta arkielämään liittyvästä ongelmasta yhtälön ja ratkaista sen algebrallisesti tai päättelemällä
- käyttää yhtälöparia yksinkertaisten ongelmien ratkaisemiseen

- arvioida tuloksen järkevyyttä sekä tarkastaa ratkaisunsa eri vaiheet.

## Funktiot

### Opiskelija

- osaa määrittää pisteen koordinaatit koordinaatistosta
- osaa laatia taulukon lukupareista annetun säännön mukaan
- osaa ratkaista lineaarisen funktion nollakohdan
- osaa jatkaa lukujonoa annetun säännön mukaan ja pystyy kertomaan sanallisesti yleisen säännön annetun lukujonon muodostumisesta
- tietää suoran yhtälön kulmakertoimen ja vakion merkityksen sekä osaa määrittää kahden suoran leikkauspisteen piirtämällä.

## Geometria

### Opiskelija osaa

- tunnistaa eri geometriset muodot ja tuntee niiden ominaisuudet
- soveltaa oppimiansa piirin, pinta-alan ja tilavuuden laskutapoja
- käyttää harppia ja viivoitinta yksinkertaisten geometrinen konstruktioiden tekemiseen
- löytää yhdenmuotoisia ja yhteneviä sekä symmetrisiä kuvioita ja pystyy soveltamaan tätä taitoa kolmioiden ja nelikulmioiden ominaisuuksien tutkimisessa
- soveltaa kahden kulman välisiä yhteyksiä yksinkertaisissa tilanteissa
- käyttää Pythagoraan lausetta ja trigonometriaa suorakulmaisen kolmion osien ratkaisemiseen
- suorittaa mittauksia ja niihin liittyviä laskelmia arkielämässä sekä osaa muuntaa tavanomaisimpia mittayksiköitä.

## Tilastot ja todennäköisyys

### Opiskelija osaa

- lukea erilaisia taulukoita ja diagrammeja sekä osaa määrittää annetusta aineistosta frekvenssit, keskiarvon, mediaanin ja tyyppiärvon
- määrittää mahdollisten tapausten lukumäärän ja osaa järjestää yksinkertaisen empiirisen tutkimuksen todennäköisyydestä sekä ymmärtää todennäköisyyden ja satunnaisuuden merkityksen arkielämän tilanteissa.

## Lukiokoulutus

Matematiikan opetuksen tehtävänä on tarjota aikuisopiskelijalle mahdollisuudet perehtyä matemaattisen ajattelun malleihin sekä matematiikan perusteisiin ja rakenteisiin; opettaa käyttämään puhuttua ja kirjoitettua matematiikan kieltä sekä kehittää laskemisen ja ongelmien ratkaisemisen taitoja.

Matematiikan opetustilanteet järjestetään siten, että ne herättävät opiskelijan tekemään havaintojensa pohjalta kysymyksiä, oletuksia ja päätelmiä sekä perustelemaan niitä. Erityisesti opiskelijaa ohjataan hahmottamaan matemaattisten käsitteiden merkityksiä ja tunnistamaan, kuinka ne liittyvät laajempiin kokonaisuuksiin. Opiskelijaa myös kannustetaan kehittämään luovia ratkaisuja matemaattisiin ongelmiin. Opetuksessa tutkitaan matematiikan ja arkielämän välisiä yhteyksiä ja kehitetään opiskelijan tiedonhankintaprosesseja.

## Arviointi

Arvioinnin avulla kehitetään ratkaisun esittämistä matemaattisten käsitteiden pohjalta. Tällöin kiinnitetään erityistä huomiota kirjalliseen esitykseen. Arviointi kehittää siten opiskelijaa arvioimaan omaa työtänsä.

Osaamisen arvioinnissa kiinnitetään huomio laskutaitoon, menetelmien valintaan ja päätelmien täsmälliseen ja johdonmukaiseen perustelemiseen.

## Oppimäärän vaihtaminen

Matematiikan oppimäärää vaihdettaessa pitkistä lyhyeen suositellaan hyväksi lukemisessa seuraavia vastaavuuksia:

**MAA1→MAB1, MAA3→MAB2, MAA6→MAB5, MAA7→MAB4 ja MAA8→MAB3.**

## Matematiikan pitkä oppimäärä

Matematiikan pitkän oppimäärän opetuksen tehtävänä on antaa opiskelijalle matemaattiset valmiudet, joita tarvitaan ammatillisissa opinnoissa ja korkeakouluopinnoissa. Pitkän matematiikan opinnoissa opiskelijalla on tilaisuus omaksua matemaattisia käsitteitä ja menetelmiä sekä oppia ymmärtämään matemaattisen tiedon luonnetta. Opetus pyrkii myös antamaan opiskelijalle selkeän

käsityksen matematiikan merkityksestä yhteiskunnan kehityksessä sekä sen soveltamismahdollisuuksista arkielämässä, tieteessä ja tekniikassa.

### **Opetuksen tavoitteet**

Matematiikan pitkän oppimäärän opetuksen tavoitteena on, että opiskelija

- tottuu pitkäjänteiseen työskentelyyn ja oppii sitä kautta luottamaan omiin matemaattisiin kykyihinsä, taitoihinsa ja ajatteluunsa
- rohkaistuu kokeilevaan ja tutkivaan toimintaan, ratkaisujen keksimiseen sekä niiden kriittiseen arviointiin
- ymmärtää ja osaa käyttää matematiikan kieltä, kuten seurata matemaattisen tiedon esittämistä, lukea matemaattista tekstiä, keskustella matematiikasta, ja oppii arvostamaan esityksen täsmällisyyttä ja perustelujen selkeyttä
- oppii näkemään matemaattisen tiedon loogisena rakenteena
- kehittää lausekkeiden käsittely-, päättely- ja ongelmanratkaisutaitojaan
- harjaantuu käsittelemään tietoa matematiikalle ominaisella tavalla, tottuu tekemään otaksunia, tutkimaan niiden oikeellisuutta ja laatimaan perusteluja sekä arvioimaan perustelujen pätevyyttä ja tulosten yleistettävyyttä.
- harjaantuu mallintamaan käytännön ongelmatilanteita ja hyödyntämään erilaisia ratkaisustrategioita
- osaa käyttää tarkoituksenmukaisia matemaattisia menetelmiä, teknisiä apuvälineitä ja tietolähteitä.

### **Arviointi**

Opiskelijan opiskelema kurssi arvioidaan sen päätyttyä. Pakolliset ja valtakunnalliset syventävät kurssit arvioidaan numeroasteikolla 4–10, koulukohtaiset kurssit jäljempänä esitetyllä tavalla. Arvosanan pääasiallinen määräytymisperuste on loppukoe. Arvosanan neljä (4) saaminen edellyttää aktiivista läsnäoloa kursilla sekä selkeää yritystä loppukokeessa. Tyhjä koesuoritus jätetään arvioimatta. **Itsenäisesti opiskellusta kurssista edellytetään hyväksytty arvosana.**

Pitkän matematiikan koko oppimäärän arvosana määräytyy opiskelijan opiskelemien pakollisten ja valtakunnallisten syventävien (MAA1–MAA13) kurssi-arvosanojen perusteella. Koulukohtaiset kurssit MAA10L = MAA14, MAA4L = MAA15, MAA0 = MAA16 arvioidaan numeroasteikolla 4–10 ja otetaan huomioon oppimäärän arvosanaa määriteltäessä, jos niillä on korottava vaikutus. Oppilaan pyynnöstä hyväksytystä koulukohtaisesta kurssista voidaan antaa S-merkintä.

### **Pakolliset kurssit**

#### **1. Funktiot ja yhtälöt (MAA1)**

##### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- vahvistaa yhtälön ratkaisemisen ja prosenttilaskennan taitojaan
- syventää verrannollisuuden, neliöjuuren ja potenssin käsitteiden ymmärtämistään
- tottuu käyttämään neliöjuuren ja potenssin laskusääntöjä
- syventää funktiokäsitteen ymmärtämistään tutkimalla potenssi- ja eksponenttifunktioita
- oppii ratkaisemaan potenssiyhtälöitä.

##### *Keskeiset sisällöt*

- potenssifunktio
- potenssiyhtälön ratkaiseminen
- juuret ja murtopotenssi
- eksponenttifunktio

#### **2. Polynomifunktiot (MAA2)**

##### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- harjaantuu käsittelemään polynomifunktioita
- oppii ratkaisemaan toisen asteen polynomiyhtälöitä ja tutkimaan ratkaisujen lukumäärää
- oppii ratkaisemaan korkeamman asteen polynomiyhtälöitä, jotka voidaan ratkaista ilman polynomien jakolaskua
- oppii ratkaisemaan yksinkertaisia polynomiepäyhtälöitä.

### *Keskeiset sisällöt*

- polynomien tulo ja binomikaavat
- polynomifunktio
- toisen ja korkeamman asteen polynomiyhtälöitä
- toisen asteen yhtälön juurten lukumäärän tutkiminen
- toisen asteen polynomin jakaminen tekijöihin
- polynomiepäyhtälön ratkaiseminen

### **3. Geometria (MAA3)**

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- harjaantuu hahmottamaan ja kuvaamaan tilaa sekä muotoa koskevaa tietoa sekä kaksi- että kolmiulotteisissa tilanteissa
- harjaantuu muotoilemaan, perustelemaan ja käyttämään geometrista tietoa käsitteleviä lauseita
- ratkaisee geometrisia ongelmia käyttäen hyväksi kuvioiden ja kappaleiden ominaisuuksia, yhdenmuotoisuutta, Pythagoraan lausetta sekä suora- ja vinokulmaisen kolmion trigonometriaa.

#### *Keskeiset sisällöt*

- kuvioiden ja kappaleiden yhdenmuotoisuus
- sini- ja kosinilause
- ympyrän, sen osien ja siihen liittyvien suorien geometria
- kuvioihin ja kappaleisiin liittyvien pituuksien, kulmien, pinta-alojen ja tilavuuksien laskeminen

### **4. Analyttinen geometria (MAA4)**

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- ymmärtää, kuinka analyttinen geometria luo yhteyksiä geometrinen ja algebrallisten käsitteiden välille
- ymmärtää pistejoukon yhtälön käsitteen ja oppii tutkimaan yhtälöiden avulla pisteitä, suoria, ympyröitä ja paraabeleja
- syventää itseisarvokäsitteen ymmärtämystään ja oppii ratkaisemaan sellaisia itseisarvo-yhtälöitä ja vastaavia epäyhtälöitä, jotka ovat tyyppiä  $|f(x)| = a$  tai  $|f(x)| = |g(x)|$
- vahvistaa yhtälöryhmän ratkaisemisen taitojaan.

#### *Keskeiset sisällöt*

- pistejoukon yhtälö
- suoran, ympyrän ja paraabelin yhtälöt
- itseisarvoyhtälön ja epäyhtälön ratkaiseminen
- yhtälöryhmän ratkaiseminen
- pisteen etäisyys suorasta

### **5. Vektorit (MAA5)**

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- ymmärtää vektorikäsitteen ja perehtyy vektorilaskennan perusteisiin
- oppii tutkimaan kuvioiden ominaisuuksia vektoreiden avulla
- tutkii kaksi- ja kolmiulotteisen koordinaatiston pisteitä, etäisyyksiä ja kulmia vektoreiden avulla.

#### *Keskeiset sisällöt*

- vektoreiden perusominaisuudet
- vektoreiden yhteen- ja vähennyslasku ja vektorin kertominen luvulla
- koordinaatiston vektoreiden skalaaritulo
- suorat ja tasot avaruudessa

### **6. Todennäköisyys ja tilastot (MAA6)**

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- oppii havainnollistamaan diskreettejä ja jatkuvia tilastollisia jakaumia sekä määrittämään ja tulkitsemaan jakaumien tunnuslukuja
- perehtyy kombinatorisiin menetelmiin
- perehtyy todennäköisyyden käsitteeseen ja todennäköisyyksien laskusääntöihin
- ymmärtää diskreetin todennäköisyysjakauman käsitteen ja oppii määrittämään jakauman odotusarvon ja soveltamaan sitä
- perehtyy jatkuvan todennäköisyysjakauman käsitteeseen ja oppii soveltamaan normaalijakaumaa.

#### *Keskeiset sisällöt*

- diskreetti ja jatkuva tilastollinen jakauma
- jakauman tunnusluvut
- klassinen ja tilastollinen todennäköisyys
- kombinatoriikka
- todennäköisyyksien laskusäännöt
- diskreetti ja jatkuva todennäköisyysjakauma
- diskreetin jakauman odotusarvo
- normaalijakauma

### **7. Derivaatta (MAA7)**

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- osaa määrittää rationaalifunktion nollakohdat ja ratkaista yksinkertaisia rationaaliepäyhtälöitä
- omaksuu havainnollisen käsityksen funktion raja-arvosta, jatkuvuudesta ja derivaatasta
- määrittää yksinkertaisten funktioiden derivaatat
- osaa tutkia derivaatan avulla polynomifunktion kulkua ja määrittää sen ääriarvot
- osaa määrittää rationaalifunktion suurimman ja pienimmän arvon sovellusongelmien yhteydessä.

#### *Keskeiset sisällöt*

- rationaaliyhtälö ja -epäyhtälö
- funktion raja-arvo, jatkuvuus ja derivaatta
- polynomifunktion, funktioiden tulon ja osamäärän derivoiminen
- polynomifunktion kulun tutkiminen ja ääriarvojen määrittäminen

### **8. Juuri- ja logaritmifunktiot (MAA8)**

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- tuntee juuri-, eksponentti- ja logaritmifunktioiden ominaisuudet ja osaa ratkaista niihin liittyviä yhtälöitä
- tutkii juuri-, eksponentti- ja logaritmifunktioita derivaatan avulla
- oppii yhdistetyn funktion derivoimisen
- tutkii aidosti monotonisten funktioiden käänteisfunktioita.

#### *Keskeiset sisällöt*

- juurifunktiot ja -yhtälöt
- eksponenttifunktiot ja -yhtälöt
- logaritmifunktiot ja -yhtälöt
- yhdistetyn funktion derivaatta
- käänteisfunktio
- juuri-, eksponentti- ja logaritmifunktioiden derivaatat

### **9. Trigonometriset funktiot ja lukujonot (MAA9)**

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- oppii tutkimaan trigonometrisia funktioita yksikköympyrän symmetrioiden avulla
- oppii ratkaisemaan sellaisia trigonometrisia yhtälöitä, jotka ovat tyyppiä  $\sin f(x) = a$  tai  $\sin f(x) = \sin g(x)$

- osaa trigonometristen funktioiden yhteydet  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  ja  $\tan x = \sin x / \cos x$
- tutkii trigonometrisia funktioita derivaatan avulla
- ymmärtää lukujonon käsitteen
- oppii määrittelemään lukujonoja palautuskaavojen avulla
- osaa ratkaista käytännön ongelmia aritmeettisen ja geometrisen jonon ja niistä muodostettujen summien avulla.

#### *Keskeiset sisällöt*

- suunnattu kulma ja radiaani
- trigonometriset funktiot symmetria- ja jaksollisuusominaisuuksineen
- trigonometristen yhtälöiden ratkaiseminen
- trigonometristen funktioiden derivaatat
- lukujono
- rekursiivinen lukujono
- aritmeettinen jono ja summa
- geometrinen jono ja summa

### **10. Integraalilaskenta (MAA10)**

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- ymmärtää integraalifunktion käsitteen ja oppii määrittämään alkeisfunktioiden integraalifunktioita
- ymmärtää määrätyn integraalin käsitteen ja sen yhteyden pinta-alaan
- oppii määrittämään pinta-aloja ja tilavuuksia määrätyn integraalin avulla
- perehtyy integraalilaskennan sovelluksiin.

#### *Keskeiset sisällöt*

- integraalifunktio
- alkeisfunktioiden integraalifunktiot
- määrätty integraali
- pinta-alan ja tilavuuden laskeminen

### **Syventävät kurssit**

### **11. Lukuteoria ja logiikka (MAA11)**

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- oppii formalisoimaan väitelauseita ja tutkimaan niiden totuusarvoja totuustaulujen avulla
- ymmärtää avoimen lauseen käsitteen ja oppii käyttämään kvanttoreita
- oppii todistusperiaatteita ja harjoittelee todistamista
- oppii lukuteorian peruskäsitteet ja perehtyy alkulukujen ominaisuuksiin
- osaa tutkia kokonaislukujen jaollisuutta jakoyhtälön ja kokonaislukujen kongruenssin avulla
- osaa määrittää kokonaislukujen suurimman yhteisen tekijän Eukleideen algoritmilla.

#### *Keskeiset sisällöt*

- lauseen formalisoiminen
- lauseen totuusarvot
- avoin lause
- kvanttorit
- suora, käännteinen ja ristiriitatodistus
- kokonaislukujen jaollisuus ja jakoyhtälö
- Eukleideen algoritmi
- alkuluvut
- aritmetiikan peruslause
- kokonaislukujen kongruenssi

### **12. Numeerisia ja algebrallisia menetelmiä (MAA12)**

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- oppii ymmärtämään absoluuttisen ja suhteellisen virheen käsitteet ja niiden avulla likiarvolaskujen tarkkuutta koskevat säännöt peruslaskutoimitusten tapauksessa
- ymmärtää iteroinnin käsitteen ja oppii ratkaisemaan yhtälöitä numeerisesti
- oppii tutkimaan polynomien jaollisuutta ja määrittämään polynomin tekijät
- oppii algoritmista ajattelua
- harjaantuu käyttämään nykyaikaisia matemaattisia välineitä, oppii määrittämään numeerisesti muutosnopeutta ja pinta-alaa.

#### *Keskeiset sisällöt*

- absoluuttinen ja suhteellinen virhe
- Newtonin menetelmä ja iterointi
- polynomien jakoalgoritmi
- polynomien jakoyhtälö
- muutosnopeus ja pinta-ala

### **13. Differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssi (MAA13)**

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- syventää differentiaali- ja integraalilaskennan teoreettisten perusteiden tuntemustaan
- täydentää integraalilaskennan taitojaan ja soveltaa niitä muun muassa jatkuvien todennäköisyysjakaumien tutkimiseen
- tutkii lukujonon raja-arvoa, sarjoja ja niiden summia.

#### *Keskeiset sisällöt*

- funktion jatkuvuuden ja derivoituvuuden tutkiminen
- jatkuvien ja derivoituvien funktioiden yleisiä ominaisuuksia
- funktioiden ja lukujonojen raja-arvot äärettömyydessä
- epäoleelliset integraalit

#### **Koulukohtaiset kurssit**

### **14. Pitkän matematiikan kertaus (MAA10L = MAA14)**

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- valmistautuu ylioppilaskirjoituksiin.

### **15. Kertauskurssi (MAA4L = MAA15)**

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- kertaan kurssit 1–4. Keskitytään erikoisesti niihin kohtiin, jotka ovat matematiikassa etenemisen kannalta keskeisiä.

#### *Keskeiset sisällöt*

- yhtälöiden ratkaiseminen
- polynomiepäyhtälön ratkaiseminen
- kuvioiden ja kappaleiden yhdenmuotoisuus
- suoran, ympyrän ja paraabelin yhtälöt
- itseisarvoyhtälön ja epäyhtälön ratkaiseminen

### **16. Valmennuskurssi pitkän matematiikan opiskelua varten (MAA0 = MAA16)**

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- kertaan ja täydentää peruskoulun oppimäärää.

#### **Matematiikan lyhyt oppimäärä**

Matematiikan lyhyen oppimäärän opetuksen tehtävänä on tarjota valmiuksia, hankkia, käsitellä ja ymmärtää matemaattista tietoa ja käyttää matematiikkaa elämän eri tilanteissa ja jatko-opinnoissa.

#### **Opetuksen tavoitteet**

Matematiikan lyhyen oppimäärän opetuksen tavoitteena on, että aikuisopiskelija

- osaa käyttää matematiikkaa jokapäiväisen elämän ja yhteiskunnallisen toiminnan apuvälineenä

- saa myönteisiä oppimiskokemuksia matematiikan parissa työskennellessään ja oppii luottamaan omiin kykyihinsä, taitoihinsa ja ajatteluunsa, rohkaistuu kokeilemaan, tutkimaan ja keksivään oppimiseen
- hankkii sellaisia matemaattisia tietoja, taitoja ja valmiuksia, jotka antavat riittävän pohjan jatko-opinnoille
- sisäistää matematiikan merkityksen välineenä, jolla ilmiöitä voidaan kuvata, selittää ja mallintaa ja jota voidaan käyttää johtopäätösten tekemisessä
- saa käsityksen matemaattisen tiedon luonteesta ja sen loogisesta rakenteesta
- harjaantuu vastaanottamaan ja analysoimaan viestimien matemaattisessa muodossa tarjoamaa informaatiota ja arvioimaan sen luotettavuutta
- tutustuu matematiikan merkitykseen kulttuurin kehityksessä
- oppii käyttämään kuvioita, kaavioita ja malleja ajattelun apuna.

### Arviointi

Opiskelijan opiskelema kurssi arvioidaan sen päätyttyä. Pakolliset ja valtakunnalliset syventävät kurssit arvioidaan numeroasteikolla 4–10, koulukohtaiset kurssit jäljempänä esitetyllä tavalla. Arvosanan pääasiallinen määräytymisperuste on loppukoe. Arvosanan neljä (4) saaminen edellyttää aktiivista läsnäoloa kursilla sekä selkeää yritystä loppukokeessa. Tyhjä koesuoritus jätetään arvioimatta. **Itsenäisesti opiskellusta kurssista edellytetään hyväksytyä arvosana.** Oppilaan pyynnöstä hyväksytystä koulukohtaisesta kurssista voidaan antaa S-merkintä.

### Oppimäärän arviointi

Arvosana määräytyy opiskelijan opiskelemien pakollisten ja valtakunnallisten syventävien kurssien (MAB1-MAB8) kurssiarvosanojen perusteella. Koulukohtaiset kurssit MAB9, MAB4L = MAB10 ja MAB0 = MAB11 arvioidaan numeroasteikolla 4-10 ja otetaan huomioon oppimäärän arvosanaa määriteltäessä, jos niillä on korottava vaikutus.

### Arvosanan korottaminen

Yksittäistä arvosanaa voi korottaa käymällä kurssin uudestaan.

### Pakolliset kurssit

#### 1. Lausekkeet ja yhtälöt (MAB1)

##### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- harjaantuu käyttämään matematiikkaa jokapäiväisen elämän ongelmien ratkaisemisessa ja oppii luottamaan omiin matemaattisiin kykyihinsä
- ymmärtää lineaarisen riippuvuuden, verrannollisuuden ja toisen asteen polynomifunktion käsitteet
- vahvistaa yhtälöiden ratkaisemisen taitojaan ja oppii ratkaisemaan toisen asteen yhtälöitä.

##### *Keskeiset sisällöt*

- suureiden välinen lineaarinen riippuvuus ja verrannollisuus
- ongelmien muotoileminen yhtälöiksi
- yhtälöiden graafinen ja algebrallinen ratkaiseminen
- ratkaisujen tulkinta ja arvioiminen
- toisen asteen polynomifunktio ja toisen asteen yhtälön ratkaiseminen

#### 2. Geometria (MAB2)

##### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- harjaantuu tekemään havaintoja ja päätelmiä kuvioiden ja kappaleiden geometrisista ominaisuuksista
- vahvistaa tasokuvioiden ja kolmiulotteisten kappaleiden kuvien piirtämisen taitojaan
- osaa ratkaista käytännön ongelmia geometriaa hyväksi käyttäen.

##### *Keskeiset sisällöt*

- kuvioiden yhdenmuotoisuus
- suorakulmaisen kolmion trigonometria
- Pythagoraan lause

- kuvioiden ja kappaleiden pinta-alan ja tilavuuden määrittäminen
- geometrian menetelmien käyttö koordinaatistossa

### 3. Matemaattisia malleja I (MAB3)

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- näkee reaali maailman ilmiöissä säännönmukaisuuksia ja riippuvuuksia ja kuvaa niitä matemaattisilla malleilla
- tottuu arvioimaan mallien hyvyttä ja käyttökelpoisuutta.

#### *Keskeiset sisällöt*

- lineaarisen ja eksponentiaalisen mallin soveltaminen
- potenssiyhtälön ratkaiseminen
- eksponenttiyhtälön ratkaiseminen logaritmin avulla

### 4. Matemaattinen analyysi (MAB4)

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- tutkii funktion muutosnopeutta graafisin ja numeerisin menetelmin
- ymmärtää derivaatan käsitteen muutosnopeuden mittana
- osaa tutkia polynomifunktion kulkua derivaatan avulla
- oppii sovellusten yhteydessä määrittämään polynomifunktion suurimman ja pienimmän arvon.

#### *Keskeiset sisällöt*

- polynomifunktion derivaatta
- polynomifunktion merkin ja kulun tutkiminen
- polynomifunktion suurimman ja pienimmän arvon määrittäminen
- graafisia ja numeerisia menetelmiä

### 5. Tilastot ja todennäköisyys (MAB5)

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- harjaantuu käsittelemään ja tulkitsemaan tilastollisia aineistoja
- tutustuu laskinten ja tietokoneiden käyttöön tilastotehtävissä
- perehtyy todennäköisyyslaskennan perusteisiin.

#### *Keskeiset sisällöt*

- jatkuvien ja diskreettien tilastollisten jakaumien tunnuslukujen määrittäminen
- normaalijakauma ja jakauman normittaminen
- kombinatoriikkaa
- todennäköisyyden käsite
- todennäköisyyden laskulakien ja niitä havainnollistavien mallien käyttöä

### 6. Matemaattisia malleja II (MAB6)

#### *Tavoitteet*

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- varmentaa ja täydentää yhtälöiden ratkaisutaitojaan
- osaa ratkaista käytännön tilanteisiin liittyviä lineaarisia optimointitehtäviä
- ymmärtää lukujonon käsitteen
- ratkaisee käytännön ongelmia aritmeettisen ja geometrisen jonon ja summan avulla.

#### *Keskeiset sisällöt*

- kahden muuttujan lineaariset yhtälöt
- lineaarisen yhtälöparin ratkaiseminen
- kahden muuttujan epäyhtälön graafinen ratkaiseminen
- lineaarinen optimointi
- lukujono
- aritmeettinen ja geometrinen jono ja summa

## Syventävät kurssit

### 7. Talousmatematiikka (MAB7)

#### Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- oppii ymmärtämään talouselämässä käytettyjä käsitteitä
- saa matemaattisia valmiuksia oman taloutensa suunnitteluun
- saa laskennallisen pohjan yrittäjyyden ja taloustiedon opiskeluun
- soveltaa tilastollisia menetelmiä aineistojen käsittelyyn.

#### Keskeiset sisällöt

- indeksi-, kustannus-, rahaliikenne-, laina-, verotus- ja muita laskelmia
- taloudellisiin tilanteisiin soveltuvia matemaattisia malleja lukujonojen ja summien avulla

### 8. Matemaattisia malleja III (MAB8)

#### Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- laajentaa käsitystään teknologisoituvassa yhteiskunnassa tarvittavasta matematiikasta
- saa apuneuvoja jaksollisten ilmiöiden matemaattiseen käsittelyyn.

#### Keskeiset sisällöt

- trigonometrinen funktioiden määrittely yksikköympyrän avulla
- radiaani
- tyyppiä  $f(x) = a$  olevien trigonometrinen yhtälöiden ratkaiseminen
- muotoa  $f(x) = A \sin(bx)$  olevien funktioiden kuvaajat jaksollisten ilmiöiden mallintajina
- vektorin käsite ja vektoreiden peruslaskutoimitusten periaatteet
- koordinaatiston vektoreiden komponenttiesitys ja skalaaritulo
- kaksi- ja kolmiulotteisen koordinaatiston pisteiden ja kulmien tutkiminen vektoreiden avulla

#### Koulukohtaiset kurssit

Kurssit MAB9, MAB4L = MAB10 ja MAB0 = MAB11 arvioidaan numeroasteikolla 4–10 ja otetaan huomioon oppimäärän arvosanaa määriteltäessä, jos niillä on korottava vaikutus.

### 9. Lyhyen matematiikan kertaus (MAB9)

#### Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- vahvistaa keskeisiä matemaattisia taitojaan
- valmistautuu ylioppilaskirjoituksiin.

#### Keskeiset sisällöt

- kurssien 1–6 syventävä kertaus ja yhteenveto
- ylioppilaskirjoitusten tehtävien ratkaiseminen

### 10. Kurssien 1–4 kertaus (MAB4L = MAB10)

#### Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- syventää taitojaan keskeisistä funktiotyypeistä
- osaa muodostaa ja ratkaista yhtälöitä ongelmanratkaisutilanteissa.

#### Keskeiset sisällöt

- polynomifunktio ja sen derivaatta
- eksponentti- ja logaritmifunktiot
- geometriset sovellukset

### 11. Lähtölaskenta lukion lyhyelle matematiikalle (MAB0 = MAB11)

#### Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- kertaa perusopetuksen matematiikan keskeiset osa-alueet.

#### Keskeiset sisällöt

- reaali- ja kompleksiluvut, erityisesti murtolukujen laskutoimitukset

- potenssi, polynomi ja neliöjuuri
- ensimmäisen asteen yhtälö ja yhtälöpari
- suoran piirtäminen
- geometrian perusasioita