

## Testaa taitosi 1

---

1. Ratkaise yhtälö. Ilmoita juurten tarkat arvot ja kaksidesimaaliset likiarvot.

a)  $x^4 = 784$

b)  $x^7 = -9$

c)  $x^7 = 9$

2. Mikä funktion määrittelyjoukko on?

a)  $\sqrt{3-x}$

b)  $\frac{2x}{\sqrt{3-x}}$

c)  $\sqrt[3]{3-x}$

3. Ratkaise yhtälö  $x + \sqrt{3-2x} = 0$ .

## Testaa taitosi 1:n ratkaisut

---

1. a)

$$x^4 = 784$$

$$x = \sqrt[4]{784} \quad \text{tai} \quad x = -\sqrt[4]{784}$$

$$x \approx 5,29 \quad \text{tai} \quad x \approx -5,29$$

b)

$$x^7 = -9$$

$$x = \sqrt[7]{-9}$$

$$x \approx -1,37$$

c)

$$x^7 = 9$$

$$x = \sqrt[7]{9}$$

$$x \approx 1,37$$

2. a)  $3 - x \geq 0$  eli  $x \leq 3$       b)  $3 - x > 0$  eli  $x < 3$       c) **R**

3. Yhtälö on määritelty, kun  $3 - 2x \geq 0$  eli  $x \leq \frac{3}{2}$ .

$$x + \sqrt{3 - 2x} = 0$$

$$\sqrt{3 - 2x} = -x$$

$$3 - 2x = (-x)^2$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = 1 \quad \text{tai} \quad x = -3$$

Tarkistus:

$$x = 1: \quad 1 + \sqrt{3 - 2 \cdot 1} = 1 + \sqrt{1} = 2 \quad \text{ei toteuta yhtälöä}$$

$$x = -3: \quad -3 + \sqrt{3 - 2 \cdot (-3)} = -3 + 3 = 0 \quad \text{toteuttaa yhtälön}$$

Vastaus:  $x = -3$

## Testaa taitosi 2

---

1. Ilmaise funktion lauseke murtopotenssimuodossa, derivoi ja saata derivaattafunktion lauseke juurimuotoon.

a)  $3x\sqrt{x}$

b)  $\frac{3x}{\sqrt{x}}$

c)  $(x^3 + 1)\sqrt{x^3 + 1}$

2. Määritä funktion  $f(x) = \sqrt{6x - 2} - x$  derivaattafunktion nollakohdat.

## Testaa taitosi 2:n ratkaisut

---

$$1. \quad a) \quad 3x\sqrt{x} = 3x^1x^{\frac{1}{2}} = 3x^{\frac{3}{2}}$$

$$D3x^{\frac{3}{2}} = 3 \cdot \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{9}{2}\sqrt{x}$$

$$b) \quad \frac{3x}{\sqrt{x}} = 3x^1x^{-\frac{1}{2}} = 3x^{\frac{1}{2}}$$

$$D3x^{\frac{1}{2}} = 3 \cdot \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2\sqrt{x}}$$

$$c) \quad (x^3 + 1)\sqrt{x^3 + 1} = (x^3 + 1)^1(x^3 + 1)^{\frac{1}{2}} = (x^3 + 1)^{\frac{3}{2}}$$

$$D(x^3 + 1)^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}(x^3 + 1)^{\frac{1}{2}} \cdot 3x^2 = \frac{9}{2}x^2\sqrt{x^3 + 1}$$

2. Funktio on määritelty, kun  $6x - 2 \geq 0$  eli  $x \geq \frac{1}{3}$ .

$$f(x) = \sqrt{6x - 2} - x = (6x - 2)^{\frac{1}{2}} - x$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(6x - 2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 6 - 1 = \frac{3}{\sqrt{6x - 2}} - 1, \quad \text{kun } x > \frac{1}{3}.$$

Derivaatan nollakohdat:

$$\frac{3}{\sqrt{6x-2}} - 1 = 0$$

$$\frac{3}{\sqrt{6x-2}} = 1$$

$$\sqrt{6x-2} = 3$$

$$6x-2=9$$

$$x = \frac{11}{6}$$

| Yhtälön molemmat puolet ovat epänegatiiviset. Korotetaan neliöön.

## Testaa taitosi 3

---

1. Määritä logaritmi. Perustele vastaus.

a)  $\log_7 343$

b)  $\lg 0,0001$

2. Määritä.

a)  $\log_4 8 - \log_4 5 + \log_4 10$

b)  $\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 8$

3. a) Ratkaise yhtälö  $2,3^x \cdot 100 = 450$  kolmen numeron tarkkuudella.

b) Määritä kolmen numeron tarkkuudella luvun 1,42 3-kantainen logaritmi.

## Testaa taitosi 3:n ratkaisut

---

1. a)  $\log_7 343 = 3$ , koska  $7^3 = 343$ .

b)  $\lg 0,0001 = -4$ , koska  $10^{-4} = 0,0001$ .

2. a)  $\log_4 8 - \log_4 5 + \log_4 10 = \log_4 \frac{8 \cdot 10}{5} = \log_4 16 = 2$

b)  $\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 8 = \log_3 18 - \log_3 8^{\frac{1}{3}} = \log_3 18 - \log_3 2$   
 $= \log_3 \frac{18}{2} = \log_3 9 = 2$

3. a)

$$2,3^x \cdot 100 = 450$$

$$2,3^x = 4,50$$

$$\lg 2,3^x = \lg 4,50$$

$$x \cdot \lg 2,3 = \lg 4,50$$

$$x = \frac{\lg 4,50}{\lg 2,3} \approx 1,81$$

b)  $\log_3 1,42 = \frac{\lg 1,42}{\lg 3} \approx 0,319$

## Testaa taitosi 4

---

1. Määritä perustellen.

a)  $\ln 1$

b)  $\ln \sqrt{e}$

Mikä luku toteuttaa yhtälön?

c)  $\ln x = 1$

d)  $\ln x = -2$

e) Ratkaise yhtälö  $3 - 15e^x = 0$ .

2. Muodosta lauseke yhdistetylle funktiolle, jonka

a) ulkofunktio on  $e^x$  ja sisäfunktio  $x^2 + 7x$

b) ulkofunktio on  $x^2 + 7x$  ja sisäfunktio  $e^x$ .

c) Derivoi nämä yhdistetyt funktiot.



## Testaa taitosi 4:n ratkaisut

---

1. a)  $\ln 1 = 0$ , koska  $e^0 = 1$ .

b)  $\ln \sqrt{e} = \frac{1}{2}$ , koska  $e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$ .

c)  $x = e^1 = e$

d)  $x = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$

e)

$$3 - 15e^x = 0$$

$$-15e^x = -3$$

$$e^x = \frac{1}{5}$$

$$x = \ln \frac{1}{5} = \ln 1 - \ln 5 = -\ln 5$$

2. a)  $e^{x^2+7x}$

b)  $(e^x)^2 + 7e^x = e^{2x} + 7e^x$

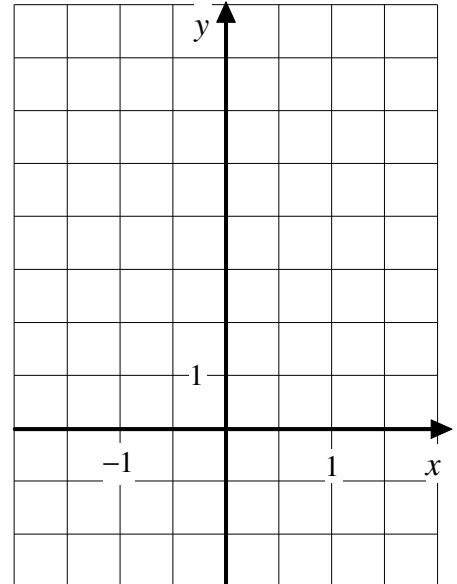
c)  $D e^{x^2+7x} = e^{x^2+7x} \cdot (2x+7) = (2x+7)e^{x^2+7x}$

$$D(e^{2x} + 7e^x) = 2e^{2x} + 7e^x$$

## Testaa taitosi 5

---

1. a) Luonnostelee funktion  $f(x) = 3^x - 2$  kuvaaja.  
b) Kuvaajalle piirretään tangentti pisteeseen, jossa kuvaaja leikkaa  $y$ -akselin. Määritä tangentin kulmakerroin.



2. Määritä funktion  $f(x) = \ln 2x + \ln(3 - 2x)$   
a) määrittelyjoukko

b) derivaattafunktio

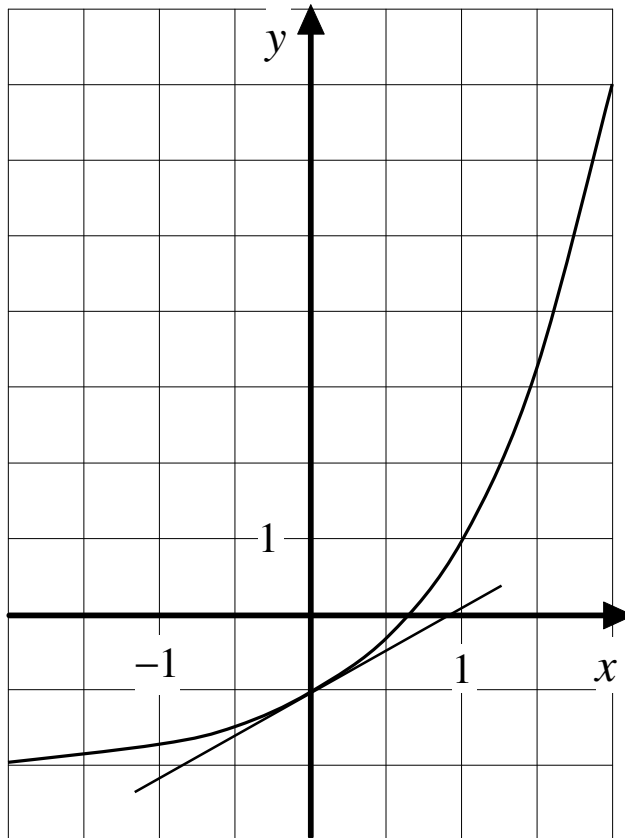
c) derivaattafunktion nollakohdat.

d) Laadi ja perustelee funktion kulkukaavio.

## Testaa taitosi 5:n ratkaisut

1.  $f'(x) = \ln 3 \cdot 3^x$

Tangentin kulmakerroin on  
 $f'(0) = \ln 3 \cdot 3^0 = \ln 3 \approx 1,099$ .



2. a) Funktio on määritelty, kun

$$\begin{array}{l} 2x > 0 \\ x > 0 \end{array} \quad \text{ja} \quad \begin{array}{l} 3 - 2x > 0 \\ x < \frac{3}{2} \end{array}$$

Määrittelyjoukko on siis väli  $]0, \frac{3}{2}[$ .

b)  $f'(x) = \frac{1}{2x} \cdot 2 + \frac{1}{3-2x} \cdot (-2) = \frac{1}{x} - \frac{2}{3-2x}$

c)

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} - \frac{2}{3-2x} &= 0 \\ \frac{1}{x} &= \frac{2}{3-2x} \\ 2x &= 3-2x \\ x &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

d)  $f'(\frac{1}{2}) = 1$  ja  $f'(1) = -1$

	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$
$f'(x)$	+	-	
$f(x)$	↗		↘